Tarea 4

Combinatoria y Probabilidad

Fecha de entrega: Martes 16 de abril de 2019

1. Problemas

PROBLEMA 1. *Prueba que $K_{3,3}$ es no planar minimal.*

PROBLEMA 2. *Prueba que para cualquier subespacio de aristas F se tiene*

$$dimF + dimF^{\perp} = m.$$

PROBLEMA 3. *Sea G una gráfica conexa. Existe un circuito euleriano si y solo si todos los vértices tienen grado par.*

PROBLEMA 4. *Sea G la **multigráfica** con conjunto de vértices $\{1, 2, 3, 4\}$ y conjunto de aristas $\{(1, 2)(2, 4), (4, 1), (2, 3), (2, 3)\}$.*

1) Dibuje la mulitgráfica y encuentra la matriz de adyacencia de G.

2) Encuentre la matriz que da el número de caminatas de tamao 3 en G.

3) Encuentre la función generadora de las caminatas de i a j.

4) Encuentre explícitamente la función generadora de las caminatas de 1 a 4.

PROBLEMA 5. *Para una matriz A, consideramos la función que borra todas las entradas fuera de la diagonal $\mathbb{F}(A) = (\delta_{ij} A_{ij}) = diag(A_{11}, A_{22}, \ldots, A_{nn})$.*

Sea G una gráfica y sean A_G, L_G, D_G, I_G, J_G las matrices de adyacencia, Laplaciana, de grados, de incidencia y de frontera, respectivamente.

Mostrar las siguientes relaciones:

i) $A_G = II^* - F(II^*)$, y por tanto $II^* = D_G + A_G$

ii) $A_G = F(JJ^*) - JJ^*$, y por tanto $JJ^* = L_G$,

Sea G' la gráfica dual de G. Verifique si se cumplen las siguientes identidades. En caso negativo, proponer la identidad correcta.

iii) a). $A_{G'} = I^*I - F(I^*I)$ iii) b). $I^*I = D_{G'} + A_{G'}$

iv) $A_{G'} = F(J^*J) - J^*J$